

ZAKRES EGZAMINU KWALIFIKACYJNEGO



Szkoła Doktorska
Nauk Ścisłych
i Przyrodniczych

- MATEMATYKA I INFORMATYKA

DYSCYPLINA MATEMATYKA

Format egzaminu: 8 zadań z dyscypliny matematyka w puli 16 zadań proponowanych wspólnie z dyscypliną informatyka. Do ostatecznego wyniku kandydata liczą się 4 najlepiej ocenione zadania spośród 16 proponowanych zadań. Poniższa lista zagadnień stanowi jedynie wskazówkę; zadania egzaminacyjne mogą częściowo dotyczyć także innych zagadnień, z zachowaniem ogólnej tematyki.

1. Analiza matematyczna – funkcje jednej zmiennej

Przykładowe zagadnienia: liczby rzeczywiste oraz zespolone i ich własności, ciągi i ich granice, twierdzenie Bolzano-Weierstrassa, warunek Cauchy'ego, kryteria istnienia granicy, szeregi liczbowe rzeczywiste i zespolone, kryteria zbieżności szeregów, szeregi warunkowo i bezwzględnie zbieżne, mnożenie szeregów, ciągłość i jednostajna ciągłość funkcji, własności funkcji ciągłych określonych na zbiorze zwartym, własność Darboux, rachunek różniczkowy funkcji rzeczywistych jednej zmiennej, twierdzenia Rolle'a i Lagrange'a, badanie przebiegu funkcji, szeregi funkcyjne, zbieżność punktowa i jednostajna, szeregi potęgowe, promień i koło zbieżności, rozwinięcie Taylora, całka nieoznaczona, całka Riemanna, całki niewłaściwe.

2. Analiza matematyczna – funkcje wielu zmiennych

Przykładowe zagadnienia: pochodne cząstkowe i pochodna kierunkowa, gradient, Jakobian, ekstrema funkcji wielu zmiennych, funkcje uwikłane, mnożniki Lagrange'a, teoria miary i całki Lebesgue'a, przechodzenie do granicy pod znakiem całki, twierdzenie Fubinięgo, całki krzywoliniowe i powierzchniowe, rozmaitości i formy różniczkowe.

3. Funkcje analityczne

Funkcje holomorfczne, równania Cauchy'ego-Riemanna, indeks punktu względem krzywej, wzór całkowy Cauchy'ego, zasada identyczności, zasada maksimum, szeregi Laurenta, twierdzenie o residuach, zasada argumentu, twierdzenia Rouchégo i Hurwitza, lemat Schwarz'a.

4. Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka

Przykładowe zagadnienia: prawdopodobieństwo warunkowe, niezależność, zmienne losowe i ich parametry, warunkowa wartość oczekiwana, łańcuchy Markowa, rodzaje zbieżności ciągów zmiennych losowych, prawa wielkich liczb i centralne twierdzenie graniczne. Elementy statystyki: estymatory i ich własności, testowanie hipotez, regresja liniowa.

5. Geometria i algebra liniowa

Przykładowe zagadnienia: wyznaczniki i równania liniowe, przestrzenie liniowe i afiniczne, przekształcenia liniowe, wartości własne i wektory własne, twierdzenie Jordana, formy dwuliniowe i kwadratowe, kryterium Sylwestera, iloczyny skalarne, operatory samosprężone.

6. Algebra

Przykładowe zagadnienia: grupy, grupy cykliczne, grupy permutacji, homomorfizmy grup, jądro, dzielnik normalny i grupa ilorazowa, twierdzenie Lagrange'a o rzędzie, podgrupy, pierścienie przemienne, ideał, ideały maksymalne i pierwsze, homomorfizmy pierścieni, dzielniki zera, elementy odwracalne, ciało ułamków, ciała, ciało proste, charakterystyka ciała, ciało algebraicznie domknięte, zasadnicze twierdzenie algebry, pierwiastki z jednośc.

7. Topologia

Przykładowe zagadnienia: przestrzenie metryczne i topologiczne, sposoby wprowadzania topologii, twierdzenie Tichonowa, przekształcenia ciągłe, twierdzenie Tietzego, przestrzenie spójne, przestrzenie zwarte, przestrzenie zupełne, zbiór Cantora i jego własności, twierdzenie Baire'a, twierdzenia Banacha i Brouwera o punkcie stałym, grupa podstawowa, zwarte powierzchnie.

8. Równania różniczkowe zwyczajne

Przykładowe zagadnienia: istnienie i jednoznaczność rozwiązań równań różniczkowych zwyczajnych, rozwiązywanie równań różniczkowych zwyczajnych jednej zmiennej rzeczywistej, równania i układy równań liniowych pierwszego rzędu o stałych współczynnikach i ich rozwiązywanie, równania liniowe wyższych rzędów, równanie oscylatora harmonicznego bez tarcia i z tarcieciem, elementy jakościowej teorii równań różniczkowych, równanie logistyczne, układ równań drapieżnik-ofiara Lotki-Volterra, różne pojęcia stabilności rozwiązań.

9. Analiza funkcjonalna

Przestrzenie Banacha, funkcjonały/operatorsi liniowe i ograniczone, przestrzenie sprzężone do C_0 , l_p , przestrzeni funkcyjnych l_p i przestrzeni funkcji ciągłych $C[a,b]$, twierdzenie Hahna-Banacha, twierdzenia o oddzielaniu, operatory zwarte, twierdzenie Riesz-Schaudera, przestrzenie Hilberta, twierdzenie spektralne dla zwartych operatorów samosprzężonych, twierdzenia: Banacha-Steinhaus, o domkniętym wykresie oraz o odwzorowaniu otwartym.

10. Matematyka obliczeniowa

Numeryczne rozkłady macierzy w zastosowaniu do rozwiązywania układów równań algebraicznych liniowych, wrażliwość numerycznych rozwiązań układu równań liniowych na zaburzenia danych, metody interpolacji i aproksymacji funkcji, numeryczne całkowanie, metody numerycznego rozwiązywania nieliniowych równań algebraicznych i różniczkowych.

DYSCYPLINA INFORMATYKA

Format egzaminu: 8 zadań z dyscypliny informatyka w puli 16 zadań proponowanych wspólnie z dyscypliną matematyka. Do ostatecznego wyniku kandydata liczą się 4 najlepiej ocenione zadania spośród 16 proponowanych zadań. Poniższa lista zagadnień stanowi jedynie wskazówkę; zadania egzaminacyjne mogą częściowo dotyczyć także innych zagadnień, z zachowaniem ogólnej tematyki.

1. Języki programowania

Przykładowe zagadnienia: konstrukcje językowe spotykane w językach imperatywnych, obiektowych, funkcyjnych i w programowaniu w logice, semantyka języków programowania, techniki weryfikacji oprogramowania, systemy typów.

2. Matematyka dyskretna

Przykładowe zagadnienia: kombinatoryka, elementy teorii grafów, elementy teorii liczb, asymptotyka.

3. Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka

Przykładowe zagadnienia: prawdopodobieństwo warunkowe, niezależność, zmienne losowe i ich parametry, warunkowa wartość oczekiwana, łańcuchy Markowa, rodzaje zbieżności ciągów zmiennych losowych, prawa wielkich liczb i centralne twierdzenie graniczne. elementy statystyki: estymatory i ich własności, testowanie hipotez, regresja liniowa.

4. Algorytmy i struktury danych

Przykładowe zagadnienia: znajomość i umiejętność tworzenia algorytmów o dowodliwych gwarancjach na pesymistyczny (ew. oczekiwany) czas działania i poprawność rozwiązania, programowanie dynamiczne, sortowanie i selekcja, podstawowe struktury danych (np. słownik, kolejka priorytetowa), algorytmy grafowe (np. minimalne drzewo rozpinające, maksymalne skojarzenie, maksymalny przepływ) i tekstowe, programowanie liniowe.

5. Logika i bazy danych

Przykładowe zagadnienia: Logika zdaniowa, logika pierwszego i drugiego rzędu, algebra relacji, SQL; intuicjonizm; wyrażalność i niewyrażalność; rozstrzygalność i złożoność teorii logicznych.

6. Automaty i języki formalne

Przykładowe zagadnienia: Automaty skończone, wyrażenia regularne, gramatyki bezkontekstowe, automaty ze stosem; rozpoznawalność i nierozpoznawalność; własności domknięcia, rozstrzygalność i złożoność problemu przynależności do języka, niepustości, inkluzji.

7. Teoria obliczeń i złożoność obliczeniowa

Przykładowe zagadnienia: maszyny Turinga, problemy rozstrzygalne i nierozstrzygalne; klasy złożoności P, NP, PSPACE i inne; trudność i zupełność; obwody logiczne i klasy złożoności na nich oparte; algorytmy randomizowane typu Las Vegas i Monte Carlo; algorytmy aproksymacyjne.

8. Programowanie współbieżne i rozproszone, systemy komputerowe

Przykładowe zagadnienia: modele współbieżności, mechanizmy komunikacji i synchronizacji, paradygmaty rozpraszania obliczeń, modele spójności danych, dowodzenie poprawności programów współbieżnych, podstawowe problemy współbieżności i algorytmy je rozwiązujące, architektura urządzeń komputerowych, procesy i mechanizmy zarządzania procesami, hierarchia pamięci i przechowywanie danych, komunikacja między procesami i protokoły sieciowe, bezpieczeństwo w systemach komputerowych.

9. Bioinformatyka

Przykładowe zagadnienia: uliniowienia sekwencji, modele ewolucji sekwencji, drzewa filogenetyczne, klastrowanie sekwencji molekularnych, ukryte modele Markowa, efektywne struktury danych do dopasowań z błędami, grafy de Bruijna.