Szkoła Doktorska, nauki fizyczne, egzamin

Końcowe wyniki obliczeń przedstaw z dokładnością 3 lub 2 cyfr znaczących, po odpowiednim zaokrągleniu, np. $1{,}234\,56 \cdot 10^{-19} \approx 1{,}23 \cdot 10^{-19}$ lub $1{,}2 \cdot 10^{-19}$.

Wartości wybranych stałych

prędkość światła w próżni	$c \approx 3 \cdot 10^{8}$ m/s
ładunek elementarny	$e \approx 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C
stała Coulomba	$k_e \approx 9 \cdot 10^{9}\ \mathrm{N\,m^2/C^2}$
stała Plancka	$h \approx 6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \mathrm{J\,s} \approx 4{,}14 \cdot 10^{-15}\ \mathrm{eV\,s}$
zredukowana stała Plancka	$\hbar = \frac{h}{2\pi} \approx 1{,}05 \cdot 10^{-34}\ \mathrm{J\,s} \approx 6{,}58 \cdot 10^{-16}\ \mathrm{eV\,s}$
stała grawitacji	$G \approx 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N\,m^2/kg^2}$
stała Avogadra	$N_A \approx 6 \cdot 10^{23}\ \mathrm{mol^{-1}}$
stała gazowa	$R \approx 8{,}3\ \mathrm{J/(K\,mol)}$
stała Boltzmanna	$k_B \approx 1{,}38 \cdot 10^{-23}\ \mathrm{J/K} \approx 8{,}62 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{eV/K}$
stała Rydberga	$R_\infty \approx 1{,}1 \cdot 10^{7}\ \mathrm{m^{-1}}$
rydberg	$\mathrm{Ry} \approx 13{,}6\ \mathrm{eV}$
masa elektronu	$m_e \approx 9{,}11 \cdot 10^{-31}\ \mathrm{kg} \approx 511\ \mathrm{keV}/c^2$
masa protonu	$m_p \approx 1{,}67 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg} \approx 938\ \mathrm{MeV}/c^2$

Zadania 1–7 to zadania łatwiejsze.

Prześlij rozwiązania wszystkich tych zadań!

Za każde z tych rozwiązań możesz zdobyć 4 punkty.

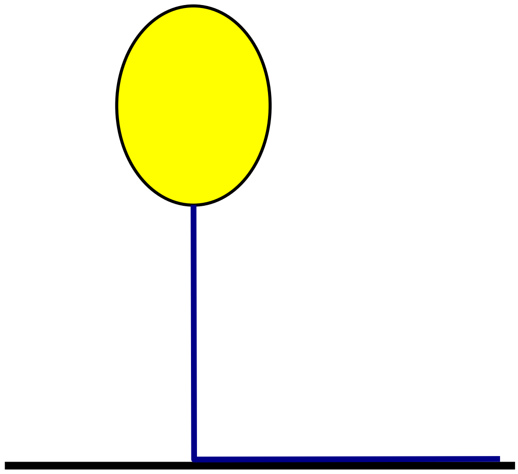
Zadania 8–13 to zadania trudniejsze.

Prześlij rozwiązania tylko dwóch z tych zadań!

Za każde z tych dwóch rozwiązań możesz zdobyć 6 punktów.

1 Zadanie – Balon na uwięzi

Do bardzo cienkiej, pustej powłoki balonu przymocowano koniec cienkiego, jednorodnego, giętkiego sznurka o długości 10 m. Masa powłoki jest równa $m_p = 75$ g. Gęstość liniowa sznurka jest równa $\lambda = 10$ g/m. Następnie balon napełniono $n = 4$ molami helu-4. Temperatura helu jest równa $T = 300$ K, a ciśnienie w balonie jest równe $p = 1100$ hPa. W laboratorium balon uniesiono, a następnie go puszczono. Balon opadł o kilkanaście centymetrów i nieruchomy unosi się w powietrzu. Część sznurka przymocowanego do balonu wisi pionowo, a reszta leży poziomo, rozciągnięta wzdłuż prostej linii na podłodze. Gęstość powietrza, w którym unosi się balon, jest równa $\rho = 1{,}2\,\mathrm{kg/m^3}$.



Oblicz wysokość nad podłogą, na jakiej unosi się balon, czyli długość, h, wiszącego pionowo fragmentu sznurka przymocowanego do balonu.

2 Zadanie – Słuch i ruch

Dla dźwięków z zakresu 500–3000 Hz zmysł słuchu człowieka wykrywa zmianę częstotliwości dźwięku, jeśli zmiana ta jest większa od 0,1–0,35%. Przyjmij, że prędkość dźwięku w powietrzu w laboratorium jest równa $u = 340$ m/s, a eksperymentator potrafi zauważyć zmianę częstotliwości dźwięku o $\delta = 0{,}3\%$. W doświadczeniach używane jest źródło dźwięku pracujące cały czas ze stałą, ustaloną czestotliwością. W poniższych przypadkach eksperymentator porównuje swoje wrażenia słuchowe z przypadkiem, gdy i on, i źródło są nieruchomi względem laboratorium.

a) Oblicz minimalną prędkość zbliżania się źródła dźwięku do nieruchomego eksperymentatora, przy której może on usłyszeć zmianę częstotliwości.

b) Oblicz minimalną prędkość zbliżania się eksperymentatora do nieruchomego źródła dźwięku, przy której eksperymentator może usłyszeć zmianę częstotliwości.

3 Zadanie – Proces $\gamma e^- \to \gamma e^-$

Foton o długości fali λ_1 rozprasza się na swobodnym, spoczywającym elektronie. W stanie końcowym obserwujemy foton o długości fali λ_2 pod kątem α względem kierunku początkowego fotonu oraz elektron.

Wyznacz zależność różnicy $\lambda_2 - \lambda_1$ od kąta α.

4 Zadanie – Ramka i pole magnetyczne

Z cienkiego drutu o długości 70 cm i oporze 20 Ω wykonano zamknięty obwód – prostokątną ramkę o bokach 15 cm oraz 20 cm. Ramka leżała na poziomym stole i znajdowała się w pionowym jednorodnym polu magnetycznym o indukcji 1,1 T. W pewnym przedziale czasu wartość indukcji pola magnetycznego zmniejszała się, aż do 0,3 T. Przyjmij, że pole magnetyczne było zawsze jednorodne, pionowe, skierowane w dół, a ramka nie poruszała się. Pomiń pole magnetyczne powstające na skutek przepływu prądu w ramce.

Oblicz wartość bezwzględną ładunku, który przepłynął przez przekrój poprzeczny drutu w przedziale czasu, gdy wartość indukcji pola magnetycznego zmniejszała się.

5 Zadanie – Efekt fotoelektryczny

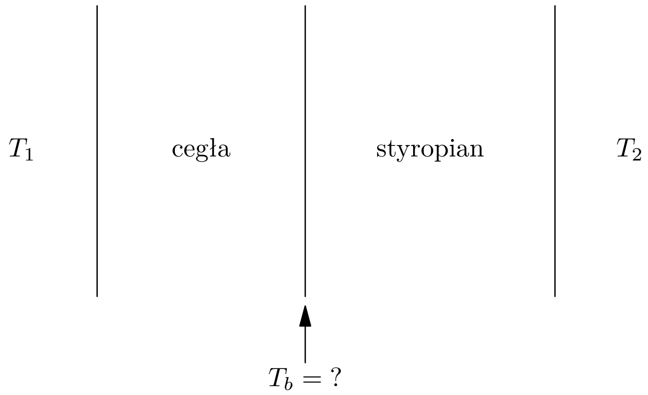
Metalową płytkę oświetlono promieniowaniem elektromagnetycznym o długości fali 220 nm. Maksymalna energia kinetyczna wybijanych z płytki elektronów była równa 2,26 eV.

Oblicz maksymalną długość fali promieniowania, które może powodować wybicie elektronu z powierzchni tej płytki.

6 Zadanie – Cegła i styropian

Dom ma ceglaną ścianę o grubości $L_1 = 25$ cm i dużej powierzchni. Budynek ocieplono z zewnątrz warstwą styropianu o grubości $L_2 = 30$ cm. Styropian przylega do cegły. Wewnątrz domu utrzymywana jest stała temperatura $T_1 = 25$ °C. Temperatura powietrza na zewnątrz wynosi $T_2 = 12$ °C. Przyjmij, że przewodnictwo cieplne cegły wynosi $k_1 = 0{,}9$ W/(K·m), a styropianu $k_2 = 0{,}04$ W/(K·m).

Oblicz temperaturę T_b na granicy cegła-styropian w stanie ustalonym, z dala od krawędzi ściany.



7 Zadanie – Wpływ promieniowania

Badano nową procedurę napromieniowania komórek nowotworowych. Napromieniowanie ma wspomagać terapię lekową. Bez napromieniowania spośród 220 kolonii komórkowych 130 kolonii zostało zniszczonych. Natomiast w eksperymencie, w którym zastosowano nową procedurę napromieniowania, na 12 testowanych kolonii aż 11 kolonii zostało zniszczonych, a tylko jedna kolonia przeżyła. Przyjmij, że w badaniach używano bardzo podobnych, odizolowanych od siebie kolonii komórek.

Oblicz prawdopodobieństwo uzyskania takiego wyniku jak w eksperymencie z nową procedurą przy założeniu, że napromieniowanie nie ma wpływu na przeżywalność kolonii.

Zadania 8–13 to zadania trudniejsze.

Prześlij rozwiązania tylko <u>dwóch</u> z tych zadań!

Za każde z tych dwóch rozwiązań możesz zdobyć 6 punktów.

8 Zadanie – Podrzut

Piłkę o masie $m = 0{,}25$ kg podrzucono pionowo do góry. W chwili początkowej, $t_0 = 0$ s, piłka poruszała się z predkością $v_0 = 8$ m/s. Na piłkę działają jedynie: siła grawitacji oraz siła oporu powietrza; w szczególności pomiń siłę wyporu. Przyśpieszenie ziemskie w miejscu zdarzenia $g = 9{,}8\,\mathrm{m/s^2}$. Przyjmij, że wartość siły oporu powietrza jest równa βv^2, gdzie v jest wartością prędkości piłki, a $\beta = 0{,}04$ kg/m.

Oblicz czas t_m, po którym piłka znajdzie się najwyżej.

9 Zadanie – Proton w polu magnetycznym

Rozważ proton poruszający się w próżni, w obszarze jednorodnego, stałego pola magnetycznego.

Przypadek 1. Przyjmij, że energia kinetyczna protonu była stała, równa $E_k = 10$ keV, a kąt między wektorem indukcji magnetycznej o wartości $B = 3$ T a wektorem prędkości protonu był równy $\alpha = 40°$.

a) Oblicz skok linii śrubowej, po której poruszałby się proton w takim wyidealizowanym przypadku.

Przypadek 2. W eksperymencie, w którym wektor prędkości protonu był prostopadły do wektora indukcji magnetycznej, energia kinetyczna protonu zmniejszała się.

b) Podaj przyczynę zmniejszania się energii kinetycznej protonu w eksperymencie.

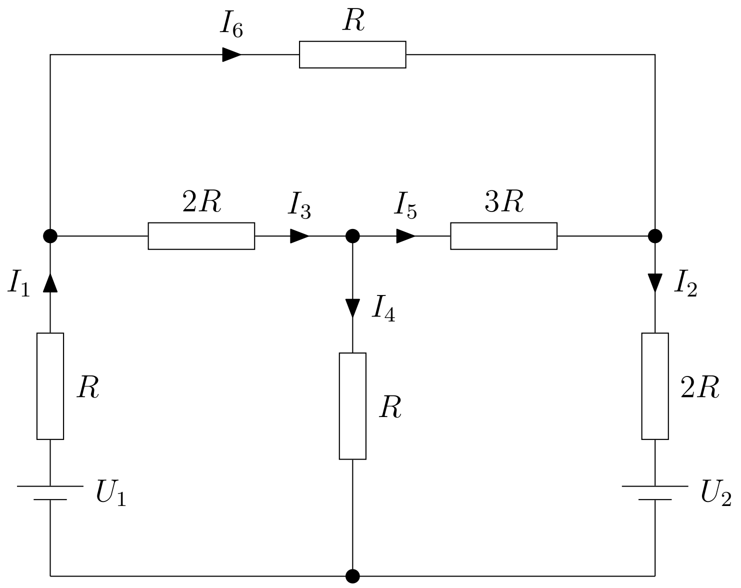
c) Opisz jakościowo kształt toru protonu w tym przypadku.

10 Zadanie – Trzy oczka

W poniższym obwodzie rezystancje oporników są wielokrotnościami rezystancji R. Napięcia na zaciskach źródeł są stałe i równe odpowiednio U_1 oraz U_2. Natężenia prądów oznaczono I_1, ..., I_6. W rozwiązaniu używaj oznaczeń zgodnych z rysunkiem.

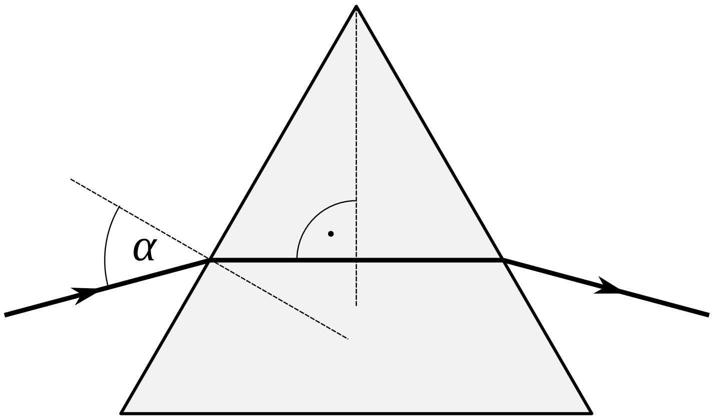
a) Wyznacz zależność I_3 od U_1, U_2 oraz R.

b) Oblicz wartość I_3 dla $U_1 = 5$ V, $U_2 = 3$ V oraz $R = 1$ kΩ.



11 Zadanie – Pryzmat

Na znajdujący się w próżni pryzmat pada skolimowana wiązka światła monochromatycznego o mocy $P = 1{,}5$ W. Kąt padania wiązki na powierzchnię pryzmatu, mierzony względem normalnej do powierzchni, jest równy $\alpha = 40°$. Współczynnik załamania szkła, z którego wykonany jest pryzmat, jest równy $n = 1{,}6$. Wewnątrz pryzmatu wiązka światła biegnie tak, że jest prostopadła do dwusiecznej kąta łamiącego pryzmatu. Powierzchnie pryzmatu pokryte są warstwami antyrefleksyjnymi, dzięki czemu natężenie wiązek odbitych jest pomijalnie małe. Przyjmij, że moc wiązki wychodzącej z pryzmatu jest równa mocy wiązki wchodzącej.



Oblicz wartość siły, którą wiązka światła działa na pryzmat w opisanej sytuacji.

12 Zadanie – Elektron w sześcianie

Pobudzano pewien układ kwantowy i badano emitowane przez niego światło. Dla przejścia z najniższego, pierwszego stanu wzbudzonego na stan podstawowy zmierzona długość fali emitowanego światła wraz z niepewnością była równa (687 ± 2) nm.

Przyjęto model, w którym układ opisać można za pomocą elektronu uwięzionego w nieruchomej, pustej wnęce – sześcianie o krawędzi L. Elektron nie może przebywać poza tym sześcianem. Energię potencjalną we wnęce przyjęto za równą 0. Gęstość prawdopodobieństwa znalezienia elektronu powinna dążyć do 0 przy zbliżaniu się do dowolnej ze ścian. W wybranym układzie kartezjańskim, którego dodatnie półosie zawierają 3 krawędzie sześcianu, zależność funkcji falowej od położenia wzdłuż osi X można opisać czynnikiem $\sin(k_x x)$, gdzie k_x jest pewną stałą dla danego stanu. Podobnie dla osi Y oraz Z.

a) Wyznacz unormowane funkcje falowe – jako funkcje położenia i czasu – opisujące stany o określonej energii elektronu.

b) Zapisz formułę określającą możliwe wartości energii elektronu.

c) Oblicz L wraz z niepewnością wynikającą z niepewności pomiaru długości fali emitowanego światła. Zapisz wartość L, uwzględniając otrzymaną niepewność.

Wskazówka. Dla dodatnich liczb całkowitych p i r

$$\int_0^L \sin\left(p\frac{\pi}{L}x\right)\sin\left(r\frac{\pi}{L}x\right)\,\mathrm{d}x = \frac{L}{2}\,\delta_{pr}$$

13 Zadanie – Cykl i adiabata

Część 1. Jeden mol jednoatomowego gazu doskonałego jest poddawany przemianom przedstawionym na wykresie zależności ciśnienia, p, od objętości, V. Przemiana B-C jest przemianą adiabatyczną, a w punkcie B ciśnienie wynosi $p_B = 64{,}1$ kPa. Pozostałe istotne wartości w punktach A, B, C można odczytać z wykresu.

Oblicz sprawność silnika cieplnego, w którym gaz poddawany jest opisanym przemianom.

Część 2. Wychodząc z I zasady termodynamiki i równania stanu, wyprowadź zależność p od V w przemianie adiabatycznej jednoatomowego gazu doskonałego, który początkowo ma objętość V_0 i ciśnienie p_0.